



université PARIS-SACLAY

# «LA STRUCTURE DES REPRÉSENTATIONS UNIVERSELLES MODULO P POUR $GL_2$ » PAR STÉFANO MORRA

Présentée par : Monsieur Stefano MORRA Discipline : Mathématiques Laboratoire : LMV

## Résumé :

Cette thèse se propose de donner des contributions originales à l'étude des représentations lisses du groupe linéaire général à coefficients dans une extension finie  $F$  de  $\mathbb{Q}_p$ .

Dans les chapitres I et II, l'on suppose  $F = \mathbb{Q}_p$ . On démontre l'existence d'une filtration naturelle  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$ -équivariante sur les représentations supersingulières et sur les séries principales modérément ramifiées, ce qui nous permet de donner une description détaillée de ces objets : on en déduit leur infiltration par le  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$ -socle ainsi que l'espace de leurs invariants selon certains sous-groupes de congruences principaux. On en déduit également, dans le chapitre III, la structure exhaustive des restrictions des représentations supersingulières pour  $GL_2(\mathbb{Q}_p)$  aux sous-groupes provenant des extensions quadratiques de  $\mathbb{Q}_p$ .

Dans le chapitre IV on suppose  $F$  non ramifié sur  $\mathbb{Q}_p$ . On décrit de manière précise la structure Iwahori des représentations universelles pour  $GL_2(F)$  à l'aide d'une base naturellement adaptée aux calculs sur les vecteurs de Witt. On donne une interprétation

euclidienne de ce résultat qui révèle la nature fractale de ces objets et nous permet d'en déduire leur filtration par le Iwahori socle. On obtient au passage la structure Iwahori pour les séries principales modérément ramifiées et une injection naturelle d'une certaine induite compacte dans les représentations universelles.

### **Abstract :**

This Ph.D. thesis wants to give original contributions to the study of smooth representations of the general linear group with coefficients in a finite extension  $F$  of  $\mathbb{Q}_p$ . In chapters I and II we assume  $F = \mathbb{Q}_p$ . We show the existence of a natural  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$ -equivariant filtration on supersingular representations and on principal tamely ramified series as well, letting us give a detailed description of such objects: we deduce their  $GL_2(\mathbb{Z}_p)$ -socle filtration and their invariant spaces under some principal congruence subgroups. In chapter III we deduce the structure of supersingular representations of  $GL_2(\mathbb{Q}_p)$  restricted to the subgroups issued from quadratic extensions of  $\mathbb{Q}_p$ . In chapter IV we assume  $F$  unramified over  $\mathbb{Q}_p$ . We give a precise description of the Iwahori structure for the universal representations of  $GL_2(F)$  thanks to a basis which fits naturally for computations with Witt vectors. We give these results an Euclidean interpretation revealing the fractal structure for the universal objects and which let us deduce their Iwahori-socle filtration. As a byproduct, we get the Iwahori-structure for tamely ramified principal series as well as a natural injection of certain compact inductions into the universal representations.

## INFORMATIONS COMPLÉMENTAIRES

**Matthew EMERTON**, Professeur des Universités, à l'Université de Northwestern - Evanston (Etats-Unis) - Rapporteur - Non présent à la soutenance

**Vytautas PASKUNAS**, Professeur des Universités, à l'Université de Bielefeld - Bielefeld (Allemagne) - Rapporteur

**Ariane MEZARD**, Professeur des Universités, à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines/Laboratoire de Mathématiques de Versailles (LMV) - Versailles - Directeur de thèse

**Christophe BREUIL**, Directeur de Recherche CNRS, à l'Université Paris Sud - Orsay - Examineur

**Laurent CLOZEL**, Professeur des Universités - à l'Université Paris Sud - Orsay - Examineur

**Michael HARRIS**, Professeur des Universités - à l'Institut de Mathématiques de Jussieu - Paris - Examineur

**Vincent SECHERRE**, Professeur des Universités - à l'Université de Versailles  
Saint-Quentin-en-Yvelines/Laboratoire de Mathématiques de Versailles (LMV) -  
Versailles - Examineur

**Contact :** dreval service FED : [theses@uvsq.fr](mailto:theses@uvsq.fr)