



université PARIS-SACLAY

«NAPPES SOUS-RÉGULIÈRES ET ÉQUATIONS DE CERTAINES COMPACTIFICATIONS MAGNIFIQUES» PAR PASCAL HIVERT

Présentée par : Monsieur Pascal HIVERT Discipline : Mathématiques Laboratoire : LMV

Sur une algèbre de Lie simple complexe, il existe, à multiplication par un scalaire près, une unique forme trilinéaire invariante. Nous allons utiliser cette forme pour établir des propriétés géométriques sur les nappes sous-régulières et sur les compactifications magnifiques.

Lorsque L est une algèbre de Lie de type G_2 , Kraft remarque que la clôture de l'orbite nilpotente sous-régulière est le lieu singulier (triple) d'une des nappes sous-régulières, et que l'autre est lisse le long de l'orbite nilpotente sous-régulière. La description géométrique des nappes permet d'expliquer ce résultat et de démontrer que la variété des éléments non réguliers est réduite.

De Concini et Procesi ont défini la compactification magnifique minimale d'un espace symétrique G/H , où G est un groupe semi-simple adjoint et H le sous-groupe de G des

points fixes par une involution. Nous allons démontrer que si le rang de l'espace symétrique est égal au rang de G , alors la compactification magnifique minimale est définie dans une grassmannienne convenable par des équations linéaires. De plus, lorsque G est de rang 2, nous pouvons déterminer explicitement les équations de celle-ci : la compactification est l'éclaté d'une variété projective G -stable le long de l'orbite fermée.

Abstract :

There is a unique (up to a scalar) invariant skew-symmetric trilinear form on a simple complex Lie algebra. We use it to find geometric properties for subregular sheets and wonderful compactifications.

Assume that L is a complex Lie algebra of type G_2 . Kraft remarks that one of the two subregular sheets of L through the subregular nilpotent orbit is smooth, the other is not normal and the subregular nilpotent orbit undergoes a threefold covering in the normalisation of that sheet. After giving a geometric description of these sheets, we explain the result of Kraft with four-ality and we prove that the variety of non regular elements of L is reduced.

De Concini and Procesi have defined the minimal wonderful compactification of a symmetric space G/H , where G is a semisimple adjoint group and H the subgroup of fixed points of G by an involution. We prove that, when the rank of G/H is equal to the rank of G , this compactification is defined by linear equations in a suitable grassmannian. Moreover, we find explicitly this equations when the rank of G is two: the compactification is isomorphic to the blowing up of a G -equivariant projective variety along the closed orbit.

INFORMATIONS COMPLÉMENTAIRES

Georgio OTTAVIANI, Professeur des Universités, à l'Université de Florence -
Département de Mathématiques - Firenze (Italie) -Rapporteur - Non présent à la
soutenance

Nicolas RESSAYRE, Maître de Conférences, à l'Université de Montpellier - Institut de
Mathématiques et de Modélisation - Montpellier - Rapporteur

Laurent GRUSON, Professeur Emérite, à l'Université de Versailles
Saint-Quentin-en-Yvelines/Laboratoire de Mathématiques de Versailles (LMV) -
Directeur de Thèse

Martin ANDLER, Professeur des Universités, à l'Université de Versailles
Saint-Quentin-en-Yvelines/Laboratoire de Mathématiques de Versailles (LMV) -
Examineur

Olivier DEBARRE, Professeur, à l'ENS de Paris/Département de Mathématiques et
Applications - CNRS UMR 8553 - Examineur

Christian PESKINE, Professeur des Universités, à l'Université Pierre et Marie
Curie/Institut de Mathématiques - Examineur

Contact : dredval service FED : theses@uvsq.fr