



université PARIS-SACLAY

PROBLÈMES DE CONTRÔLE ET STABILISATION

Présenté par Monsieur Sylvain ERVEDOZA Discipline : Mathématiques

« Problèmes de contrôle et stabilisation »

Présenté par Sylvain ERVEDOZA

Résumé :

Dans cette thèse, nous étudions des problèmes de contrôlabilité et de stabilisation par rapport à un paramètre. Notre étude s'applique notamment dans le cadre des équations conservatives discrétisées, où le petit paramètre correspond à la taille du maillage.

Dans ce cas, un comportement singulier des problèmes de contrôlabilité a été observé, y compris dans le cas très simple de l'équation des ondes unidimensionnelle. Nous nous proposons donc de mettre en évidence ces phénomènes, dont la description précise nous permet de proposer des remèdes à leurs comportements singuliers. En particulier, nous construisons des méthodes numériques efficaces de calcul des contrôles exacts pour les équations continues.

Par ailleurs, des problèmes similaires apparaissent lorsque l'on discrétise des systèmes amortis exponentiellement stables. En effet, dans ce cas, il peut arriver que les solutions des équations discrétisées ne soient pas uniformément exponentiellement

décroissantes. Nous proposons donc des méthodes numériques qui introduisent un terme de viscosité le plus faible possible pour corriger ce comportement et rétablir, uniformément en les paramètres de discrétisation, des propriétés de stabilisation uniformes.

Notre approche est essentiellement basée sur des techniques spectrales. Nous utilisons de façon décisive les critères spectraux d'admissibilité et d'observabilité pour les systèmes conservatifs, qui nous permettent notamment de découpler les problèmes de discrétisation en espace et en temps, et d'obtenir ainsi des résultats très généraux.

Mots-clés: Observabilité, Contrôlabilité, Stabilisation, Méthodes Spectrales, Méthodes numériques

Abstract :

In this thesis, we propose a study of several problems of control and stabilization depending on a parameter. Our study applies in particular to discrete conservative systems, where the parameter coincides with the mesh size.

In this case, a singular behavior of the controllability issues has been observed, even in the very simple case of the 1d wave equation. Thus, we propose to present precisely these singular phenomena, which allows us to design remedies to avoid these singular behaviors. In particular, we design efficient numerical methods to compute good approximations of the exact controls of the continuous equations.

Moreover, similar problems appear when discretizing exponentially stable damped systems. Indeed, in this case, it may happen that the solutions of the discrete equations do not decay exponentially uniformly with respect to the discretization parameters. We thus propose numerical methods in which a numerical viscosity term has been added in the system, for which we can prove uniform stabilization properties.

Our approach is mainly based on spectral techniques. We use in a crucial way spectral criteria for admissibility and observability for conservative systems, which allows in particular to decouple the problems related to the discretization in space and in time, and to obtain very general results.

INFORMATIONS COMPLÉMENTAIRES

Nicolas BURQ, Professeur des Universités, à l'Université de Paris Sud, Orsay -
Rapporteur

Marius TUCSNAK, Professeur des Universités, à l'Institut Elie Cartan Université de Nancy - Rapporteur

Jean-Pierre PUEL, Professeur des Universités, à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines - Directeur de Thèse

Luc ROBBIANO, Professeur des Universités, à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines - Examineur

Jean-Michel CORON, Professeur des Universités, à l'Université de Paris VI - Examineur

Enrique ZUAZUA, Professeur des Universités, à l'Institut BCAM Bilbao Espagne - Examineur

Benoit PERTHAME, Professeur des Universités à l'Université de Paris VI- Examineur

Contact : Direction de la Recherche des Etudes Doctorales et de la Valorisation (DREDVal) : uvsq-theses@admin.uvsq.fr