"GRANDES DÉVIATIONS DE MATRICES ALÉATOIRES ET ÉQUATION DE FOKKER-PLANCK LIBRE" PAR BENJAMIN GROUX

Discipline : mathématiques appliquées / Laboratoire de recherche LMV - Laboratoire de Mathématiques de Versailles

Résumé :
Cette thèse s'inscrit dans le domaine des probabilités et des statistiques, et plus précisément des matrices aléatoires. Dans la première partie, on étudie les grandes déviations de la mesure spectrale de matrices de covariance XX^*, où X est une matrice aléatoire rectangulaire à coefficients i.i.d. ayant une queue de probabilité en $exp (-at^{alpha})$, $alpha in]0,2[$. On établit un principe de grandes déviations analogue à celui de Bordenave et Caputo, de vitesse $n^{1+alpha/2}$ et de fonction de taux explicite faisant intervenir la convolution libre rectangulaire. La démonstration repose sur un résultat de quantification de la liberté asymptotique dans le modèle information-plus-bruit. La seconde partie de cette thèse est consacrée à l'étude du comportement en temps long de la solution de l'équation de Fokker-Planck libre en présence du potentiel quartique $V(x) = frac14 x^4 + frac{c}{2} x^2$ avec $c ge -2$. On montre que quand $t to +infty$, la solution mu_t de cette équation aux dérivées partielles converge en distance de Wasserstein vers la mesure d'équilibre associée au potentiel V. Ce résultat fournit un premier exemple de convergence en temps long de la solution de

l'équation des milieux granulaires en présence d'un potentiel non convexe et d'une interaction logarithmique. Sa démonstration utilise notamment des techniques de probabilités libres.

Abstract:
This thesis lies within the field of probability and statistics, and more precisely of random matrix theory. In the first part, we study the large deviations of the spectral measure of covariance matrices XX^*, where X is a rectangular random matrix with i.i.d. coefficients having a probability tail like $exp(-at^{alpha})$, $alpha in (0,2)$. We establish a large deviation principle similar to Bordenave and Caputo's one, with speed $n^{1+alpha/2}$ and explicit rate function involving rectangular free convolution. The proof relies on a quantification result of asymptotic freeness in the information-plus-noise model. The second part of this thesis is devoted to the study of the long-time behaviour of the solution to free Fokker-Planck equation in the setting of the quartic potential $V(x) = frac14 x^4 + frac{c}{2} x^2$ with $c ge -2$. We prove that when $t to +infty$, the solution mu_t to this partial differential equation converge in Wasserstein distance towards the equilibrium measure associated to the potential V. This result provides a first example of long-time convergence for the solution of granular media equation with a non-convex potential and a logarithmic interaction. Its proof involves in particular free probability techniques.

INFORMATIONS COMPLÉMENTAIRES

Mme Catherine DONATI-MARTIN, Professeur des universités, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines - CoDirecteur de these
Mme Mylène MAÏDA, Professeur des universités, Université Lille 1 - CoDirecteur de these
M. Florent MALRIEU, Professeur des universités, Université François Rabelais - Rapporteur
M. Oleksiy KHORUNZHIY, Professeur des universités, Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines - Examinateur
M. Djalil CHAFAÏ, Professeur des universités, Université Paris-Dauphine, FRANCE - Examinateur
M. Florent BENAYCH-GEORGES, Professeur des universités, Université Paris-Descartes - Examinateur

Contact : DREDVAL - Service SFED : theses@uvsq.fr