



université PARIS-SACLAY

# MÉTHODE DES ÉLÉMENTS FINIS INVERSÉS POUR DES DOMAINES NON BORNÉS PAR KELTOUM KALICHE

**Présentée par : Keltoum Kaliche** Discipline : mathématiques appliquées  
**Laboratoire : LMV**

Le mardi 16 février 2016 à 13h30  
L'Université de Versailles Saint-Quentin-en-  
Yvelines  
UFR des Sciences - Bâtiment Fermat  
Amphithéâtre F  
45, avenue des Etats-Unis  
78035 Versailles cedex

## **Résumé :**

La méthode des éléments finis inversés est une méthode sans troncature qui a été introduite pour résoudre des équations aux dérivées partielles en domaines non bornés. L'objectif de cette thèse est d'analyser, d'adapter puis d'implémenter cette méthode pour résoudre quelques problèmes issus de la physique, notamment lorsque le domaine géométrique est l'espace  $R^3$  tout entier. Dans un premier temps, nous présentons de manière détaillée les aspects et les principes fondamentaux de la méthode. Ensuite,

nous adapterons la méthode à des problèmes de type div-rot et de potentiels vecteurs posés dans  $\mathbb{R}^3$ . Après avoir analysé la convergence de la méthode, on montrera quelques résultats numériques obtenus avec un code tridimensionnel. On s'intéresse ensuite au problème de calcul de l'énergie magnétostatique dans des problèmes de micromagnétisme, où on développe avec succès une approche numérique utilisant les éléments finis inversés. Dans la dernière partie, on adapte la méthode à un problème provenant de la chimie quantique (modèle de continuum polarisable) pour lequel on prouve qu'elle donne des résultats numériques très prometteurs. La thèse comporte beaucoup de résultats numériques issus de codes tridimensionnels écrits ou co-écrits, notamment lorsque le domaine est l'espace tout entier. Elle comporte aussi des résultats théoriques liés à l'utilisation des espaces de Sobolev à poids comme cadre fonctionnel. On apporte en particulier une preuve constructive de quelques inégalités de type div-rot dans des domaines non bornés.

### **Abstract :**

Inverted finite element method (IFEM) is a non runcature method which was introduced for solving partial differential equations in unbounded domains. The objective of this thesis is to analyze, to adapt and to implement IFEM for solving several problems arising in physics, especially when the domain is the whole space  $\mathbb{R}^3$ . We first give a presentation in which we detail the principles and the main features of the method. Then, we adapt IFEM for solving some div-curl systems and vector potential problems in the whole space. In a second part, we successfully develop an IFEM based approach for computing the stray-field energy in micromagnetism. In the last part, we are interested in the study of the polarizable continuum model arising in quantum chemistry. The manuscript contains a large number of numerical results obtained with some 3D codes, especially when the domain is the whole space  $\mathbb{R}^3$ . It also contains some theoretical results in relation with weighted Sobolev spaces. We give in particular a constructive proof of some div-curl inequalities in unbounded domains.

## INFORMATIONS COMPLÉMENTAIRES

**Kaïs AMMARI**, Professeur, à l'Université de Monastir/Département de Mathématiques - Monastir (Tunisie) - Rapporteur

**Ulrich RAZAFISON**, Maître de Conférences, Habilité à Diriger des Recherches, à l'Université de Franche-Comté/Laboratoire de Mathématiques de Besançon - UMR CNRS 6623 - Besançon - Rapporteur

**Tahar Zamene BOULMEZAOUD**, Maître de Conférences, Habilité à Diriger des Recherches, à l'Université de Versailles Saint-Quentin-en-Yvelines/Laboratoire de

Mathématiques de Versailles (LMV) - Versailles - Directeur de thèse

**Christophe CHALONS**, Professeur des Universités, à l'Université de Versailles Saint-  
Quentin-en-Yvelines/Laboratoire de Mathématiques de Versailles (LMV) - Versailles -  
Examineur

**Patrick COURILLEAU**, Maître de Conférences, à l'Université de Cergy-Pontoise  
/Laboratoire Analyse, Géométrie, et Modélisation - UMR 8088 - Cergy-Pontoise -  
Examineur

**Yvon MADAY**, Professeur des Universités, à l'Université Pierre et Marie Curie  
/Laboratoire Jacques-Louis Lions - UMR 7598 - Paris - Examineur

**Luc ROBBIANO**, Professeur des Universités, à l'Université de Versailles Saint-Quentin-  
en-Yvelines/Laboratoire de Mathématiques de Versailles (LMV) - Versailles -  
Examineur

**Contact :** dredval service FED : [theses@uvsq.fr](mailto:theses@uvsq.fr)